

前期日程試験

## 令和6年度医学科入学試験問題

# 数 学

### [注意事項]

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。
- 3 この問題冊子の本文は、4ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所等があれば、手をあげて監督者に知らせること。
- 4 この問題冊子の計算用紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 この問題冊子は持ち帰ること。

1  $x$  は  $x \neq 0, \pm 1$  である実数とし,  $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$  とおく.  $c$  は実数とし,  $x$  の方程式

$$(E) \quad x + f(x) + f(f(x)) + f(f(f(x))) = c$$

を考える.

(1)  $f(f(f(f(x)))) = x$  であることを証明せよ.

(2)  $x = a$  が方程式 (E) の実数解であるとき

$$f(a), f(f(a)), f(f(f(a)))$$

も (E) の実数解であることを証明せよ.

(3) (E) の実数解  $x = a$  に対して

$$y_1 = a + f(f(a)), \quad y_2 = f(a) + f(f(f(a)))$$

とおく.  $y_1, y_2$  が  $y$  の 2 次方程式  $y^2 - cy - 4 = 0$  の解であることを証明せよ.

(4)  $c = 3$  のとき方程式 (E) を解け.

2 以下のような硬貨投げを行う。

1枚の硬貨を投げて裏が出たら硬貨投げを終了し、表が出たら1枚の硬貨を加え2枚の硬貨を同時に投げる。2枚の硬貨のうち1枚でも裏が出たら硬貨投げを終了し、全部が表ならば1枚の硬貨を加え3枚の硬貨を同時に投げる。3枚のうち1枚でも裏が出たら硬貨投げを終了し、全部が表ならば1枚の硬貨を加え4枚の硬貨を同時に投げる。以下同様にして全部が表ならば1枚の硬貨を加えて硬貨投げを続ける。

1枚の硬貨から始めて、硬貨が $n$ 枚のときに硬貨投げが終了する確率を $p_n$  ( $n \geq 1$ )とする。

- (1)  $p_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (2) 無限級数の和  $\sum_{n=1}^{\infty} p_n$  を求めよ。
- (3)  $P = \sum_{n=1}^{\infty} p_{2n-1}$  とおく。  $0.6 < P < 0.62$  であることを証明せよ。ここで  $\sum_{n=1}^{\infty} p_{2n-1}$  が収束することは用いてよい。

3 半径 1 の円に内接する五角形  $A_1A_2A_3A_4A_5$  を考える。線分  $A_1A_4$  と  $A_2A_5$  の交点を  $B$  とし、 $\triangle A_1A_2B$  は正三角形であるとする。また、 $A_3A_2 = A_3A_4$  とする。 $a = A_1A_2$ ,  $b = A_4A_5$  とおく。

- (1) 線分  $A_3B$  の長さを求めよ。
- (2)  $b$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3) 五角形  $A_1A_2A_3A_4A_5$  の面積  $S$  を  $a$  を用いて表し、 $S$  の最大値を求めよ。

4  $xyz$  空間の点  $A(-2, 0, 0)$ ,  $B(2, -2\sqrt{3}, 0)$ ,  $C(-1, \sqrt{3}, 0)$ ,  
 $D(-1, \sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$  を頂点とする四面体  $ABCD$  を  $K$  とする。実数  $t$  に対し  
て、方程式  $x = t$  で表される平面を  $H$  とする。

- (1)  $-2 \leq t \leq 2$  のとき、平面  $H$  と  $K$  の辺  $AB$  との共有点を  $P$  とする。 $P$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (2)  $-2 \leq t \leq -1$  のとき、平面  $H$  と  $K$  の辺  $AC$ ,  $AD$  との共有点をそれぞれ  $Q$ ,  $R$  とする。 $Q$ ,  $R$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $-1 \leq t \leq 2$  のとき、平面  $H$  と  $K$  の辺  $BC$ ,  $BD$  との共有点をそれぞれ  $Q'$ ,  $R'$  とする。 $Q'$ ,  $R'$  の座標を  $t$  を用いて表せ。
- (4)  $K$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させるとき、 $K$  が通過する部分がつくる立体の体積  $V$  を求めよ。