

前期日程試験

## 令和4年度医学科入学試験問題

# 数 学

### 〔注意事項〕

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。
- 3 この問題冊子の本文は、4ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所等があれば、手をあげて監督者に知らせること。
- 4 この問題冊子の計算用紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 この問題冊子は持ち帰ること。

1  $t$  は  $0 < t < 1$  を満たす実数とする。平面上の  $\triangle ABC$  に対して、辺  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  をそれぞれ  $t : (1 - t)$  に内分する点を  $D$ ,  $E$ ,  $F$  とする。

- (1)  $\triangle ABC$  の重心と  $\triangle DEF$  の重心は一致することを証明せよ。
- (2)  $\triangle ABC$  の面積を  $S$  とし、 $\triangle DEF$  の面積を  $T$  とする。 $\frac{T}{S}$  を  $t$  を用いて表し、 $\frac{T}{S}$  の最小値を求めよ。
- (3)  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 4$  とする。 $\triangle DEF$  が直角三角形になるような  $t$  の値をすべて求めよ。

2 関数  $f(x) = xe^{-x}$  について以下の問いに答えよ。

- (1)  $y = f(x)$  の増減, 極値, 凹凸を調べ,  $y = f(x)$  のグラフの概形をかけ。
- (2)  $(m, n)$  を  $m + n = 10$  かつ  $m \leq n$  を満たす整数の組とする。このような組  $(m, n)$  に対して  $f(m) + f(n)$  を考えるとき,  $f(m) + f(n)$  の値が最大となる組  $(m, n)$  を求めよ。ただし, 必要ならば  $\frac{5}{2} < e < 3$  であることは用いてよい。

3  $n, m$  は自然数とする。赤玉と白玉の入った  $n$  個の箱があり、次の条件(a), (b), (c)を満たすとする。

- (a) それぞれの箱には赤玉と白玉が合計  $n$  個入っている。
- (b) 赤玉はどの箱にも 1 個以上入っている。一方、白玉が入っていない箱はあってもよい。
- (c) それぞれの箱に入っている赤玉の個数は互いに異なる。

以下の試行 T を行う。

T : 太郎さんは  $n$  個の箱からひとつの箱を無作為に選び花子さんに渡す。花子さんは渡された箱の中から「無作為に玉をひとつ取り出し、色を確認し同じ箱にもどす作業」を  $m + 2$  回繰り返す。

- (1) 試行 T において、1 回目から  $m$  回目までに取り出した玉がすべて赤玉である事象を  $X$  とし、その確率を  $p_n$  とする。このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  を  $m$  を用いて表せ。
- (2) 試行 T において、 $m + 1$  回目と  $m + 2$  回目に取り出した玉のうち、少なくとも 1 個が赤玉である事象を  $Y$  とする。(1)の事象  $X$  が起こったときの事象  $Y$  の起こる条件付き確率  $P_X(Y)$  を  $q_n$  とする。このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$  を  $m$  を用いて表せ。

4  $n$  は 3 以上の整数とする。正  $n$  角形の外接円の半径を正  $n$  角形の半径とよぶ。

$2n + 2$  個の面で囲まれた凸多面体で、次の 2 つの条件(a), (b)を満たすものを  $A_n$  とする。

- (a) 2 個の半径 1 の正  $n$  角形を面にもち、それらは平行である。
- (b) (a)の 2 個の面の他に互いに合同な  $2n$  個の正三角形を面にもつ。

例えば、 $A_3$  は正八面体になる。 $\theta = \frac{\pi}{n}$  とおく。

- (1)  $A_n$  の辺の数を  $n$  を用いて表せ。
- (2) 条件(b)の正三角形の高さを  $\theta$  を用いて表せ。

条件(a)の 2 つの面の間距離(一方の面から他方の面へ引いた垂線の長さ)を  $H$  とする。

- (3)  $H$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (4)  $A_n$  の体積を  $V$  とするとき、 $\frac{V}{nH}$  を  $\theta$  を用いて表せ。