令和２年度看護学科推薦入学試験

総 合 問 題 ②

注 意 事 項

1　問題冊子は、係員の指示があるまで開かないでください。
2　受験番号・氏名を解答用紙（２枚以上ある場合は、全ての解答用紙）に記入してください。
3　解答は、問題ごとに、解答用紙の所定の欄に記入してください。

1 次の文章を読んで、人生についてあなたの考えを述べなさい。

（横書き 400 字以内で記入すること）

この部分につきましては、著作権の関係により、公開しません

2　以下の文章を読み、各設問に答えなさい。

電波の受信に利用されている「パラボラ・アンテナ」は、断面が Parabola（放物線）の形状をしているのが名前の由来と言われています。この形状となっているのは、図1に示したように、垂直方向の電波はアンテナ面のどこに当たっても、特定の１点（図中の丸印、以下、焦点）を通るように反射していく性質があり、電波の向きに合わせて設置することにより、検知力が向上するためです。以下、電波が y 軸に平行に飛んでくることを前提に、この性質を確認していきます。

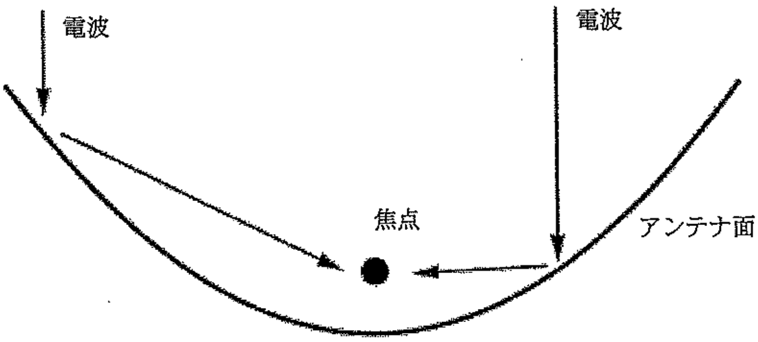

図1

放物線の一般式 $y=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$ は、 $y=a(x-m)^2+n$ と変形することができます。いま、座標の原点を放物線の頂点（m, n）に移動すると、この式は、新座標系により $y=ax^2$ と表されるので、以後、この形の放物線を考えることにします。

問１　m、n を a、b、c を用いて表しなさい。

最初に $y=x^2$ の場合を考えてみます。放物線上の点 $\mathrm{P}\left(u, u^2\right)$ （$u\neq 0$）における接線は、この点での微分係数 $\boxed{ア}$ を用いて、次の式で表すことができます。

$$y=\boxed{ア}\times(x-u)+u^2 \qquad \cdots \quad ①$$

問２　**ア** に当てはまる数式を、u を用いて表しなさい。

図2に示したように、点Pにおける接線とy軸との交点をA、垂直方向の電波をℓ、これの反射電波とy軸との交点をF、ℓと接線のなす角をθとします。すると、反射の原理により、∠APF＝θとなります。また、ℓはy軸と平行で、∠PAFはθの同位角となっているので∠PAF＝θとなります。したがって、△FAPはFを頂点とする二等辺三角形となり、FA＝FPとなります。したがって、Aのy座標をs、Fのy座標をzとすると、$\mathrm{FA}^2=(z-s)^2$、$\mathrm{FP}^2=u^2+(z-u^2)^2$と表されるので、

$$(z-s)^2=u^2+(z-u^2)^2 \quad \cdots \quad ②$$

となります。一方、Aは接線のy切片なので、①式でx=0とおくと$s=$ **イ** が得られます。これを②式に代入して整理すると$z=$ **ウ** が得られます。この値はuに依存していません。したがって、放物線上の原点以外のどのような点Pを選んでも、Pでの反射電波は、必ずy軸上の定点を通ることになります。また、原点で反射した電波もこの定点を通るので、この定点が焦点となることがわかります。

以上より、$y=x^2$の場合、反射電波が焦点に集まることが確認できました。同様の計算で、$y=ax^2$の場合もこの性質が成り立つことを確認することができます。

問3 **イ**、**ウ** に当てはまる数式、あるいは、数値を求めなさい。

問4 放物線$y=ax^2$ $(a>0)$に対する、焦点Fのy座標を求めなさい。

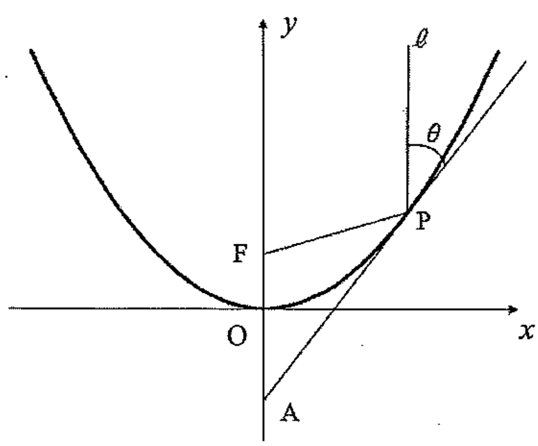

図2

$\boxed{3}$ 以下の文章を読み、各設問に答えなさい。

1、11、111、1111、・・・、のように、全ての桁が1である自然数は単位反復数 (repunit) と呼ばれています。なお、repunit は repeated unit の省略語で、レピュニット あるいは レプユニットと発音されています。以下、この数の性質を調べてみます

先頭の1を除き、順に見ていきます。11は1と11以外に約数がないので素数ですが、111は桁の和が3となるので3の倍数となり素数ではありません。1111は、前半2桁と後半2桁に分けると、1111＝1100＋11＝11×100＋11＝11× $\boxed{\text{ア}}$ となり、11の倍数であることがわかります。

問1　111を素因数分解しなさい。

問2　ア に当てはまる自然数を求めなさい。

一般化して考えてみます。桁数が n の単位反復数を $R(n)$ と表すことにします。n が4以上の偶数の場合、上の 1111 と同様に、$R(n)$ を2桁ずつ区切っていくと、

$$R(n)=11\times10^{n-2}+11\times10^{n-4}+\cdots+11=11\times\sum_{i=1}^{x}10^{n-2i} \quad \cdots \quad ①$$

となるので、$R(n)$ は $R(2)$＝11 の倍数であることがわかります。

また、n が3の倍数の場合、111と同様に、$R(n)$ は3の倍数になりますが、さらに、n が6以上であれば、$R(n)$ を3桁ずつに区切っていくと

$$R(n)=111\times10^{n-3}+111\times10^{n-6}+\cdots+111=111\times\sum_{i=1}^{y}10^{n-3i} \quad \cdots \quad ②$$

となるので、$R(n)$ は $R(3)$＝111 の倍数になることがわかります。

問3　①式中の x を、n を用いて表しなさい。

問4　②式中の y を、n を用いて表しなさい。

問5　$R(6)$ を素因数分解しなさい。

ここまで見てきた、nが約数として2あるいは3を持つ場合に成り立つ性質は、次のように一般化することができます。いま、2以上の自然数 p、q が存在し $n=p\times q$ と表されたとします。このとき、$R(n)$ を p 桁ずつ区切っていくと、

$$\overbrace{1\cdots\cdots\cdots1}^{n}=\overbrace{\overbrace{1\cdots1}^{p}\cdots\overbrace{1\cdots1}^{p}}^{q}\qquad \text{すなわち}$$

$$R(n)=R(p)\times10^{n-p}+R(p)\times10^{n-2p}+\cdots+R(p)=R(p)\times\boxed{\text{イ}}\qquad\cdots\ ③$$

となり、$R(p)$ は $R(n)$ の約数となることがわかります。したがって、$R(n)$ は素数とはなりません。

問6　**イ** に当てはまる数式を、①、②式同様に Σ を用いて表しなさい。

問7　1000001 の素因数が 101 と 9901 であることを用いて、$R(12)$ を素因数分解しなさい。

以上より、n が素数でなければ、$R(n)$ は素数とはならないことがわかりました。それでは、nが素数であれば、$R(n)$ は素数になるのかというと、そうはなりません。例えば、$R(5)$、$R(7)$、$R(11)$ は

$$R(5)=41\times\boxed{\text{ウ}},\quad R(7)=239\times\boxed{\text{エ}},\quad R(11)=21649\times513239$$

と自然数の積に分解されるため、素数とはなりません。

問8　**ウ**、**エ** に当てはまる自然数を求めなさい。

証明を含め、詳細は省略しますが、$R(2)$ の次に素数となるのは $R(19)$ で、その後、$R(23)$、$R(317)$ と続きます。この4個を含めても、現在知られている「素数となる単位反復数」はかなり限られています。特に、nが千以下では、先の4個しか存在しません。それでは、有限個しか存在しないのかというと、逆に、無数に存在することが予想されています（この予想は、まだ証明されていないようです）。